

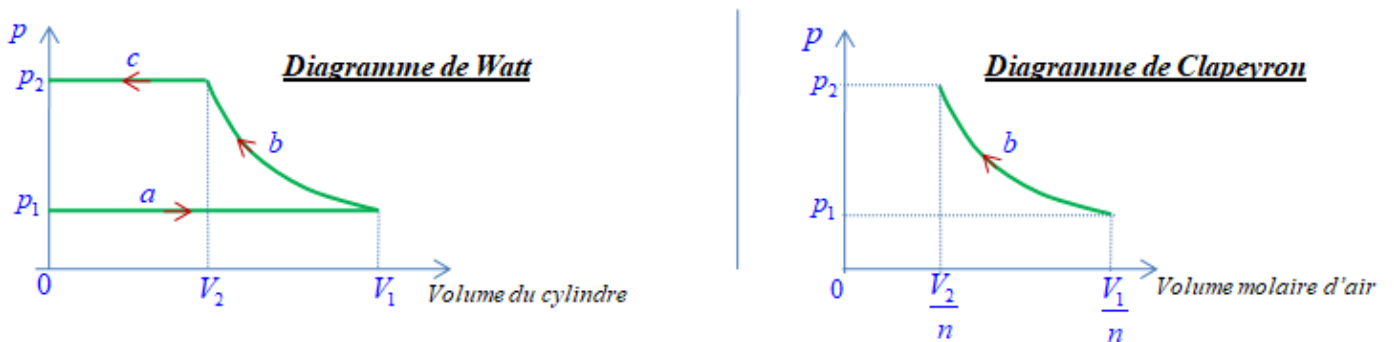
# Premier problème

## Thermodynamique : étude d'un turboréacteur

### 1<sup>ère</sup> partie

#### Compresseur à piston

##### 1.1. Diagramme de WATT - Diagramme de CLAPEYRON.



1.2.  $W_1 = W_a + W_b + W_c$ . Or :  $W_a = -p_1(V_1 - 0) = -p_1V_1$  et  $W_c = -p_2(0 - V_2) = p_2V_2$  (transformations isobares)  
 et :  $W_b = U_2 - U_1 = C_V(T_2 - T_1)$  (compression adiabatique du gaz parfait)

Donc :  $W_1 = U_2 - U_1 + p_2V_2 - p_1V_1 = H_2 - H_1 = C_p(T_2 - T_1) = \frac{7}{2}nR(T_2 - T_1)$ . Ce travail est égal à la variation d'enthalpie de la quantité  $n$  d'air.

1.3.

- (c) est une compression adiabatique réversible d'un GP, donc, d'après l'équation de Laplace :

$$pV^\gamma = cst \Rightarrow T^\gamma p^{1-\gamma} = cst \text{ tout au long de (c)} \Rightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} ; \text{ avec } : \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - nR} = \frac{7}{5} = 1,4.$$

AN :  $T_2 \# 475K$ .

$$- W_1 = \frac{7}{2}nR(T_2 - T_1) = \frac{7}{2}nRT_1 \left( \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) = \frac{7}{2}p_1V_1 \left( \left( \frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1 \right) = \frac{7}{2}p_1V_1 \left( \left( \frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{7}{2}} - 1 \right). \text{ AN : } W_1 \# 204J.$$

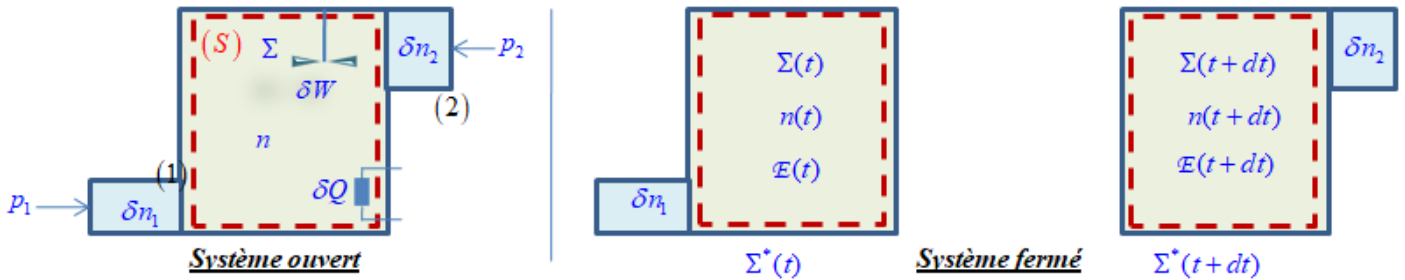
$$- \mathcal{P}_1 = NW_1 \Rightarrow N = \frac{\mathcal{P}_1}{W_1}. \text{ AN : } N \# 49 \text{ aller-retour par seconde.}$$

## Rendement mécanique d'un compresseur

### 2.1. Préliminaire

On considère le système ouvert  $\Sigma$  constitué du contenu de la surface de control ( $S$ ) présentant une section d'entrée (1) et une section de sortie (2) de part et d'autre de la partie active et le système fermé  $\Sigma^*$  correspondant constitué :

- à  $t$  : du contenu de ( $S$ ) à  $t$  et de la quantité d'air  $\delta n_1$  admise entre  $t$  et  $t+dt$ .
- à  $t+dt$  : du contenu de à  $t+dt$  et de la quantité d'air  $\delta n_2$  refoulée entre  $t$  et  $t+dt$ .



En régime stationnaire,  $dn(t) = \delta n_1 - \delta n_2 = 0 \Rightarrow \delta n_2 = \delta n_1 = \delta n$ .

D'après le 1<sup>er</sup> principe appliqué à  $\Sigma^*$  :  $E^*(t+dt) - E^*(t) = E(t+dt) + \delta n_2 E_2 - E(t) - \delta n_1 E_1 = \delta W + \delta Q + \delta W_r$ .

En régime stationnaire,  $E(t+dt) = E(t) \Rightarrow \delta n(E_2 - E_1) = \delta W + \delta Q = \delta n(W + Q) + \delta W_r$  et

$$\delta W_r = -p_1(0 - \delta n_1 V_1) - p_2(\delta n_2 V_2 - 0) = \delta n(p_1 V_1 - p_2 V_2) \text{ (travail de refoulement ou de transvasement)}$$

D'où :  $E_2 - E_1 = \Delta E = \Delta(U + E_c + E_p) \approx \Delta(U + E_c + E_p) = W + Q + p_1 V_1 - p_2 V_2 = W + Q - \Delta(pV)$ .

soit :  $\Delta(U + pV + E_c) = \Delta(H + E_c) = W + Q$ .

2.2. la compression étant adiabatique ( $Q=0$ ), sans variation d'énergie cinétique entre l'entrée et la sortie ( $\Delta E_c = 0$ ), le bilan énergétique de 2.1. devient :

$$\Delta H = c_p(T_2 - T_1) = W \Rightarrow \delta n c_p(T_2 - T_1) = \delta W = \mathcal{P}_2 dt \Rightarrow \mathcal{P}_2 = D c_p(T_2 - T_1). \text{ Soit : } D = \frac{2\mathcal{P}_2}{7R(T_2 - T_1)}.$$

AN :  $D \# 981 \text{ mol.s}^{-1}$ .

2.3.

2.3.1. La quantité d'air traversant la section S pendant dt est égale à celle contenue dans un cylindre

élémentaire de base S de hauteur  $u dt \Rightarrow D' = \frac{\delta n}{dt} = \frac{p_1 \delta V_1}{RT_1 dt} = \frac{p_1 S u dt}{RT_1 dt} = \frac{p_1 u S}{RT_1}$ .

2.3.2. AN :  $D \# 882 \text{ mol.s}^{-1}$ .

On a :  $\Delta H = W = \frac{\delta W}{\delta n} = \frac{\mathcal{P} dt}{\delta n} = \frac{\mathcal{P}}{D} = \frac{\mathcal{P}'}{D'}$  (indépendante du chemin suivi). D'où :  $\eta = \frac{\mathcal{P}'}{\mathcal{P}} = \frac{D'}{D}$ . AN :  $\eta \# 0,9$ .

## 3<sup>ème</sup> partie

### Etude du turboréacteur

3.1. AN :  $D_1 \# 1380 \text{ mol.L}^{-1}$ .

3.2. le travail recueilli dans la turbine sert à faire fonctionner le compresseur de même rendement mécanique, donc :  $W_{12} = -W_{34} \Rightarrow \Delta H_{12} = -\Delta H_{34} \Rightarrow T_3 - T_4 = T_2 - T_1$ . D'où :  $T_4 = T_3 - T_2 + T_1$ . AN :  $T_4 \# 925 \text{ K}$ .

3-4 est une détente adiabatique réversible d'un gaz parfait, donc :  $T_4^\gamma p_4^{1-\gamma} = T_3^\gamma p_3^{1-\gamma} \Rightarrow p_4 = p_3 \left( \frac{T_3}{T_4} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}$ .

(car  $p_3 = p_2$ ). AN :  $p_4 \# 2,72 \text{ bar}$ .

3.3. Lors de sa détente adiabatique réversible dans la tuyère, l'air ne reçoit ni travail ni transfert thermique,

donc :  $\Delta(H + E_C)_{56} = 0 \Rightarrow c_p(T_6 - T_5) = -\frac{1}{2}M(u'^2 - u^2) \Rightarrow u' = \sqrt{u^2 - \frac{2c_p}{M}(T_6 - T_5)}$ . Avec :  $T_6 = T_5 \left( \frac{p_4}{p_1} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$ .

(car  $p_5 = p_4$ ). AN :  $T_6 \# 1126 \text{ K} \Rightarrow u' \# 889 \text{ m.s}^{-1}$ .

3.4. on a :  $r = \frac{\Delta E_{C.56}}{Q_1 + Q_2} = \frac{-\Delta H_{56}}{\Delta H_{23} + \Delta H_{45}} = \frac{T_5 - T_6}{T_3 - T_2 + T_5 - T_4}$ . AN :  $r \# 0,3$ .

$r$  est le rendement énergétique du turboréacteur.

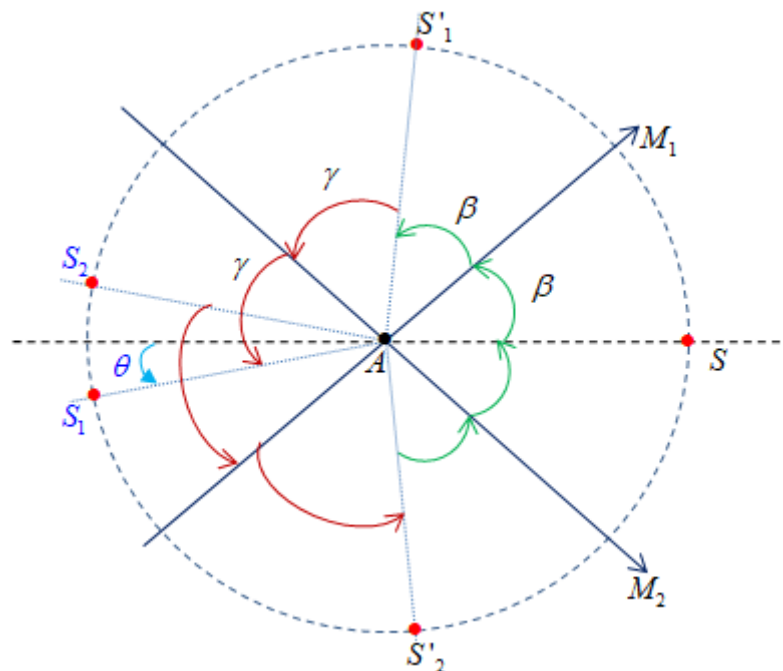
## Deuxième problème

### Optique : interférences à deux ondes

#### 1<sup>ère</sup> partie

#### Construction d'image

1.1. construction géométrique des images  $S_1$  et  $S_2$



1.2.  $S \xrightarrow{M_1} S'_1 \Rightarrow AS'_1 = AS$ .  $S'_1 \xrightarrow{M_2} S_1 \Rightarrow AS'_1 = AS_1$ . Donc :  $AS_1 = AS$ . De même  $AS_2 = AS$   
 (l'image et l'objet sont symétriques par rapport au plan du miroir)

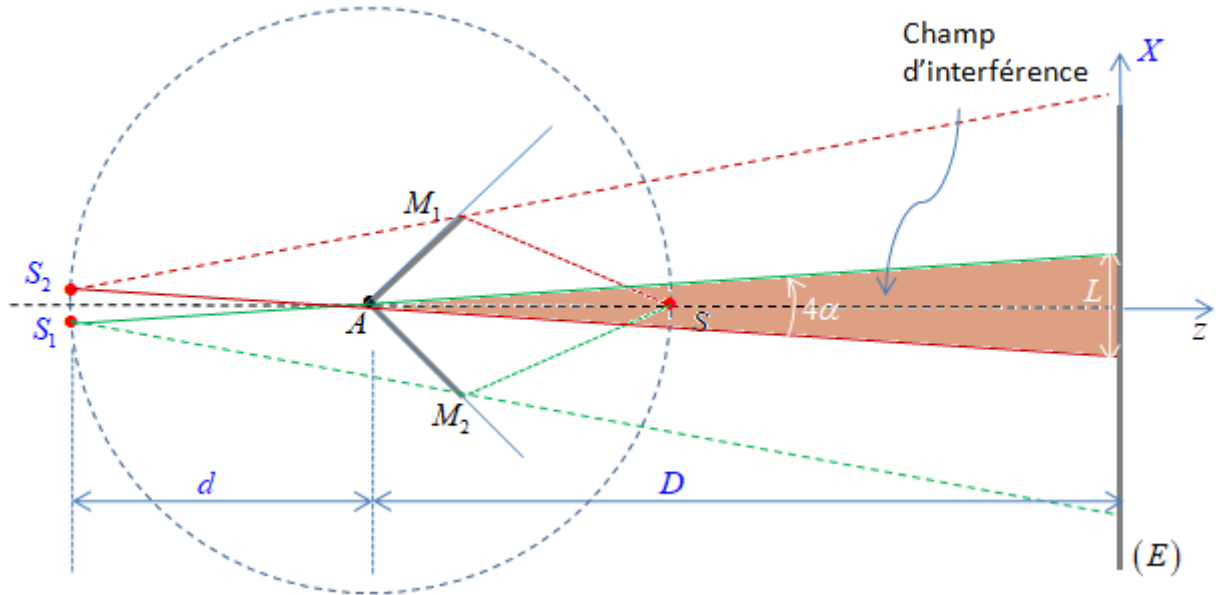
$$2\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha \text{ et } \gamma = \pi - 3\beta \Rightarrow \widehat{S_1AS_2} = 2\theta = 2(2\beta + 2\gamma - \pi) = 2(2\beta + 2(\pi - 3\beta) - \pi) = 2(\pi - 4\beta) = 4\alpha .$$

1.3.  $\alpha$  très faible, donc :  $a = S_1S_2 \approx \widehat{S_1S_2} = 4\alpha d$ . AN :  $a = 0,8 \text{ mm}$ .

## 2<sup>ème</sup> partie

### Figure d'interférence

#### 2.1. champ d'interférence



2.2.

2.2.1. en un point M du champ d'interférence, la différence de marche entre les rayons issus de  $S_1$  et  $S_2$  est :

$$\delta = (S_1M) - (S_2M) = n_{air} (S_1M - S_2M) .$$

l'intensité de l'onde résultante en M,  $I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda} \right) \right) = I(\delta)$ .

$I = cst \Rightarrow \delta = cst \Rightarrow S_1M - S_2M = cst$  : Les surfaces d'égale intensité sont des hyperboloïdes de foyers  $S_1$  et  $S_2$ . Les franges sur l'écran parallèles à  $S_1S_2$  sont donc des branches d'hyperboles. Au voisinage du centre O les franges sont confondues à leurs tangentes parallèles au côté commun des miroirs.

Autrement, pour  $D \gg a$  et  $D \gg OM$ , et en notant C le milieu de  $[S_1S_2]$ , on a :

$$S_kM = \left( CM^2 + CS_k^2 - 2\overline{CM} \cdot \overline{CS_k} \right)^{1/2} \approx CM \left( 1 - \frac{\overline{CM} \cdot \overline{CS_k}}{CM^2} \right) \approx (D+d) \left( 1 - \frac{\overline{CM} \cdot \overline{CS_k}}{(D+d)^2} \right).$$

D'où :  $\delta \approx n_{air} \frac{\overline{CM} \cdot (\overline{CS_2} - \overline{CS_1})}{D+d} = n_{air} \frac{\overline{CM} \cdot \overline{S_1S_2}}{D+d} = \frac{n_{air} a X}{D+d}$ . Alors,  $\delta = cst \Rightarrow X = cst$  : sur l'écran en  $z=0$ , les franges sont des portions de droites parallèles à OY.

2.2.2.  $L = 4\alpha D$ . AN :  $L = 8 \text{ mm}$ .

Remarque : on a bien  $L \ll D$  ce qui justifie la deuxième hypothèse  $OM \ll D$ .

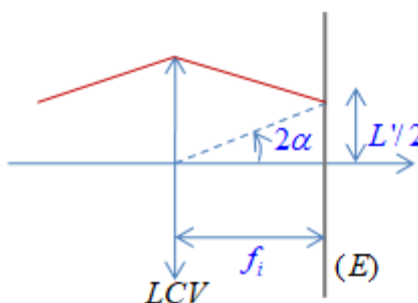
2.2.3.  $\Delta\delta = \frac{n_{air} a}{D+d} \Delta X$ .  $i = \Delta X \Big|_{\Delta\delta=\lambda} = \frac{\lambda(D+d)}{4\alpha n_{air}} = \frac{\lambda(D+d)}{4\alpha d}$ . AN :  $i = 0,75 \text{ mm}$ .

- La frange centrale est brillante. Le nombre de franges brillantes observées est donc :  $N_{br} = 2 \left[ \frac{L}{2i} \right] + 1 = 11$ .

-  $\frac{L}{2i} - \left[ \frac{L}{2i} \right] < 0,5$  : le nombre de franges sombres observées est  $N_{so} = 2 \left[ \frac{L}{2i} \right] = 10$ .

2.3.  $L' = 4\alpha f' = \frac{L}{10}$  .  $i' = \frac{L'}{L} i = \frac{f'}{D} i = \frac{i}{10}$  .

AN :  $L' = 0,8 \text{ mm}$  .  $i' = 0,075 \text{ mm}$



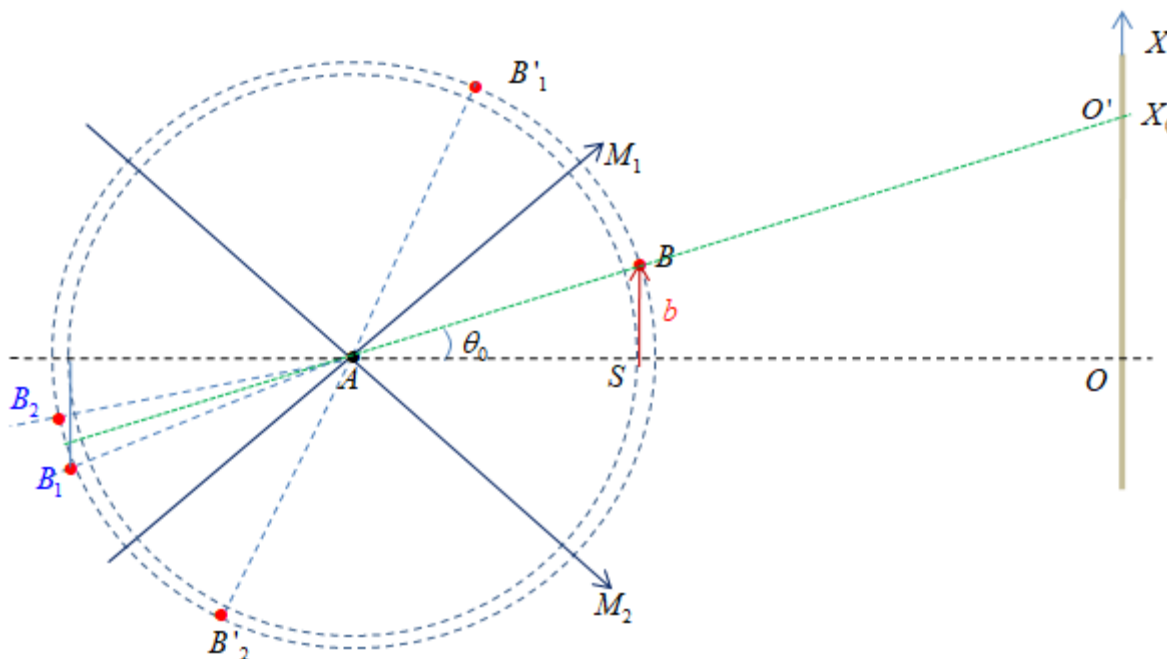
2.4. .

2.4.1. avec une fente fine parallèle aux franges, la figure d'interférence est la même, de même contraste mais plus lumineuse.

2.4.2. Le contraste se dégrade qu'on élargi la fente (incohérence géométrique). Ailleurs

2.4.3. pour le milieu :  $I_s(X) = \begin{cases} 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi X}{i} \right) \right); & |X| \leq L/2 \\ 2I_0; & \text{ailleurs} \end{cases}$  .

En notant  $b$  la demi-largeur de la fente, les intensités correspondantes aux deux bords correspondent à un système de deux fentes tournant de  $\pm\theta_0 = \arctan(b/d)$  par rapport au cas du milieu.

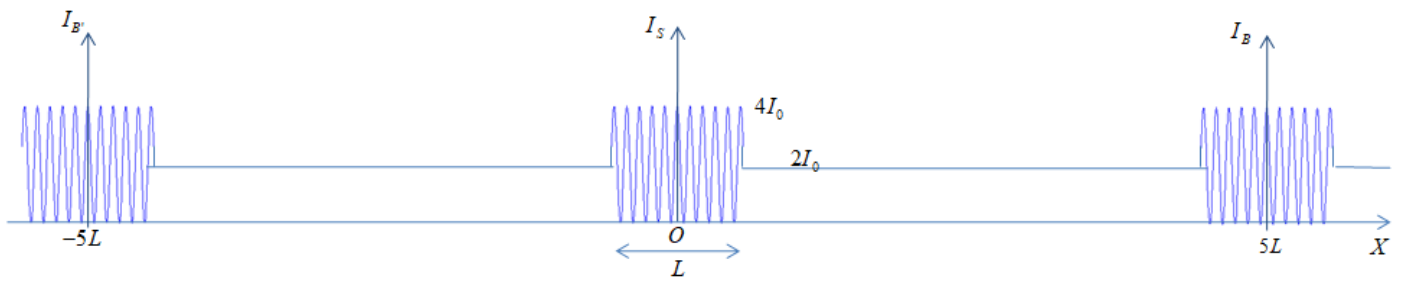


La répartition d'intensité du bord  $B$  sur l'écran est identique à celle du milieu mais centrée sur  $O'$  d'abscisse

$X_0 = \frac{Db}{d}$  . AN :  $X_0 \approx 4 \text{ cm} \approx 5L$  .

$I_B(X) \approx \begin{cases} 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi(X + X_0)}{i} \right) \right); & |X + X_0| \leq L/2 \\ 2I_0; & \text{ailleurs} \end{cases}$  (on fait l'approximation que  $B_1 B_2 // OX$ ),

et  $I_{B'}(X) \approx \begin{cases} 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi(X - X_0)}{i} \right) \right); & |X - X_0| \leq L/2 \\ 2I_0; & \text{ailleurs} \end{cases}$  .



En chaque ligne d'abscisse  $-b \leq x \leq b$  donnerait une répartition d'intensité similaire centrée sur  $X_x = \frac{Dx}{d}$ .

La somme en donne un éclairement pratiquement uniforme : disparition des franges.

2.5. l'écartement des sources  $S'_1$  et  $S'_2$  est assez grand : l'interfrange correspondant est inappréciable. De plus, la zone d'interférence est dans le champ de la lumière éclairant les miroirs, donc techniquement on ne peut pas observer les interférences.

